



Congreso Chileno de sismología
e ingeniería antisísmica
22 al 27 de Mayo de 2010 Valdivia - Santiago, Chile.



ANÁLISIS DE LA PRECISIÓN DE UN MÉTODO ESPECTRAL DE ANÁLISIS SÍSMICO DE EDIFICIOS UTILIZANDO EL ESPECTRO DE LA NORMA CHILENA NCH 433 OF.96

Paulina González S.¹ Tomás Guendelman B.² José Allende G.³
Nelson Mela A.¹ y Claudio San Martín R.¹

- 1 Universidad de Santiago de Chile
Santiago. CHILE
paulina.gonzalez@usach.cl
- 2 IEC Ingeniería S.A.
Santiago. CHILE
tguendelman@iec.cl
- 3 René Lagos y Asociados
Santiago. CHILE
jallende@lagos-ing.com

RESUMEN

Se analiza el grado de precisión del método de los “Máximos Modales Direccionales” (MMD) cuando se utiliza el espectro de diseño de aceleraciones de la Norma Chilena de Diseño Sísmico de Edificios NCh 433.Of96. El método mencionado, que ha sido propuesto y analizado en trabajos previos, es un método de superposición modal espectral que permite determinar la respuesta estructural máxima de cada modo de vibrar, considerando las variables tiempo y dirección de incidencia de la sollicitación sísmica. Se efectúa un estudio comparativo de resultados utilizando como patrón de comparación aquellos valores que se obtienen del análisis sísmico realizado con el método espectral convencional. En el estudio se realiza el análisis sísmico de 3 modelos ideales lineales elásticos de edificios y de 4 modelos lineales de edificios reales. Los errores promedio calculados mediante la aplicación del método resultan inferiores a 11%. El método analizado presenta las ventajas prácticas de requerir un solo análisis sísmico del edificio, para determinar los esfuerzos y desplazamientos de diseño, y de hacer innecesaria la definición de direcciones de incidencia de la sollicitación para efectuar dicho análisis y, por lo tanto, evita la combinación convencional de los resultados obtenidos en esas direcciones.

SUMMARY

A study on the accuracy of a spectral method which includes earthquake directional effects on the seismic analysis of buildings is presented. The acceleration design spectra of the Chilean Code for Earthquake Resistant Design of Buildings (NCh433, 1996) is used. The method has been presented on previous papers. A comparative study on 3 buildings with elastic linear behaviour as well as 4 models of actual building was performed. The conventional spectral method was used as a comparative reference. The methodologic mean errors on seismic response are lower than 11%. The most important advantage of the method is that it avoids the use of arbitrary direction in the seismic analysis as well as the need to compute the combination of orthogonal seismic response to obtain design stresses.

Additionally it is possible to reduce the processing time as maximum design stresses and strains can be obtained in a single seismic analysis for each building.

INTRODUCCION

La naturaleza tridimensional de los edificios y las distintas direcciones de propagación que pueden tener las ondas sísmicas provocan acoplamiento de traslación y de torsión en los esfuerzos y desplazamientos que generan los terremotos en las estructuras. La mayoría de los códigos de diseño sísmico (IAEE, 2000) prescriben que el análisis sísmico debe realizarse en dos direcciones ortogonales en forma independiente, y que los esfuerzos de diseño deben determinarse combinando los resultados obtenidos en esos dos análisis. Sin embargo, uno de los criterios recomendados para efectuar la combinación puede resultar insuficiente en algunas estructuras Guendelman et al. (1991). La Norma Chilena NCh433.Of96 (1996) no contempla ningún tipo de combinación.

En la literatura sobre el tema, López et al (2001, 2002) y Wilson (2002), se han propuesto y empleado diversas metodologías para incorporar los efectos direccionales del terremoto en la determinación de la respuesta estructural máxima, concluyéndose que para cada grado de libertad y para cada esfuerzo sísmico existe una dirección crítica de incidencia de la sollicitación que genera el valor máximo. En general, esas direcciones son distintas entre sí. Algunos de esos métodos, que incluyen también procedimientos para determinar todas las direcciones críticas señaladas, conllevan mayores requerimientos computacionales que aquellos que se emplean en la práctica del cálculo sísmico de edificios.

El método de los máximos modales direccionales (MD), propuesto previamente por González (1992), es un método espectral que permite incorporar los efectos direccionales del terremoto en el análisis sísmico de edificios. Dicho método consiste en determinar el máximo aporte de cada modo de vibrar a la respuesta dinámica del edificio, considerando además de la variable temporal, la dirección de incidencia de la sollicitación sísmica horizontal considerada como un vector unidireccional. Luego, esos valores máximos obtenidos son combinados aplicando el criterio de superposición modal de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS), que es el criterio más adecuado para la aplicación del método, González (1997). La ventaja más importante del método MD es que permite determinar la respuesta estructural máxima con sólo un análisis sísmico para cada edificio. La precisión de este método ha sido analizada utilizando como patrón de comparación la respuesta dinámica máxima obtenida mediante el método de integración en el tiempo, González (1997), Allende y Martínez (2005), Gentina y Martínez (2008).

En este trabajo se presenta un estudio de la precisión del método MD cuando en su aplicación se emplea el espectro de diseño de aceleraciones de la Norma Chilena NCh433.Of96. Como patrón de comparación se utiliza el método espectral convencional empleando el espectro de la norma recién mencionada. Se analizan 3 modelos ideales de edificios de comportamiento lineal elástico y 4 modelos lineales de edificios reales.

En primer lugar, se describen los modelos estructurales de los edificios utilizados en el estudio. Luego, se presenta la formulación del método de los máximos modales direccionales y la correspondiente fundamentación teórica. Finalmente, se realiza el análisis comparativo señalado en el párrafo precedente y se presentan las conclusiones del trabajo.

EDIFICIOS ANALIZADOS

Modelos ideales: Se definen 3 modelos estructurales de edificios de hormigón armado, representativos de 3 tipos de estructuración, correspondiente a edificios de muros, edificios de marcos y un edificio mixto. La cantidad de pisos de los 3 modelos es de 25 y la altura de entrepiso es de 2,75 m., Guendelman (2008), Mela y San Martín (2008).

Modelos de edificios reales: Los modelos reales han sido facilitados por las oficinas “Santolaya Ingenieros Consultores” y “René Lagos y Asociados”. Estos modelos representan edificios de hormigón armado estructurados en base a sistemas de muros y mixto. Dos de estos modelos tienen como principal característica una alta asimetría geométrica en sus plantas y un acoplamiento traslacional importante. Los otros dos tienen como principal característica la regularidad en planta, similar a la característica de los modelos ideales, Mela y San Martín (2008).

METODO DE LOS MAXIMOS MODALES DIRECCIONALES

La ecuación del movimiento del modelo estructural lineal elástico de masas concentradas, solicitado por un movimiento sísmico en la base, es la siguiente

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = -[M][G]\{\ddot{U}_s\} \quad (1)$$

donde $[M]$ es la matriz de masas del edificio, $[K]$ es la matriz de rigidez, $[C]$ es la matriz de amortiguamiento viscoso, $\{U(t)\}$, $\{\dot{U}(t)\}$ y $\{\ddot{U}(t)\}$ son los vectores de desplazamientos, velocidades y aceleraciones, respectivamente, de los centros de masas de las losas relativos al suelo, $\{\ddot{U}_s(t)\}$ es el vector de aceleraciones del suelo, que contiene dos componentes de traslación ortogonales entre sí y una de rotación en planta, y $[G]$ es la matriz de transformación geométrica de los desplazamientos del suelo.

Considerando que la ecuación (1) es de variables separables, con

$$\{U\} = [f]\{Y\} \quad (2)$$

donde $[f]$ es la matriz modal y el vector $\{Y(t)\}$ es la solución temporal, se obtiene el siguiente sistema desacoplado de ecuaciones diferenciales en el dominio del tiempo

$$\{\ddot{Y}(t)\} + [2\mathbf{xw}]\{\dot{Y}(t)\} + [\mathbf{w}^2]\{Y(t)\} = -[B]\{\ddot{U}_s(t)\} \quad (3)$$

donde $[\omega^2]$ es una matriz diagonal que contiene los cuadrados de las frecuencias naturales del sistema, $[2\mathbf{x}\omega]$ es una matriz diagonal que contiene los parámetros de amortiguamiento viscoso del sistema estructural, y la matriz $[B]$ tiene la siguiente expresión

$$[B] = ([f]^T [M][f])^{-1} [f]^T [M][G] \quad (4)$$

Si se considera que la componente rotacional de la sollicitación es nula, la k-ésima

ecuación del sistema (3) se escribe de la siguiente forma:

$$\ddot{Y}_k(t) + 2\mathbf{x}_k \mathbf{w}_k \dot{Y}_k(t) + \mathbf{w}_k^2 Y_k(t) = -(\mathbf{b}_{uk} \ddot{u}_s + \mathbf{b}_{vk} \ddot{v}_s) \quad (5)$$

La dirección de incidencia de la sollicitación sísmica unidireccional se define mediante el ángulo α , medido en sentido anti-horario respecto del eje X del sistema de coordenadas, como se muestra en la Figura 1; entonces, la respuesta máxima para cada modo de vibrar de la estructura, considerando sólo la variable tiempo es:

$$Y_{kMAX} = (\mathbf{b}_{uk} \cos \alpha + \mathbf{b}_{vk} \operatorname{sen} \alpha) \frac{S_{ak}}{\mathbf{w}_{nk}^2} \quad (6)$$

donde S_{ak} es la ordenada del espectro de aceleraciones absolutas, correspondiente al modo k, y \mathbf{w}_{nk} es la frecuencia natural del modo k.

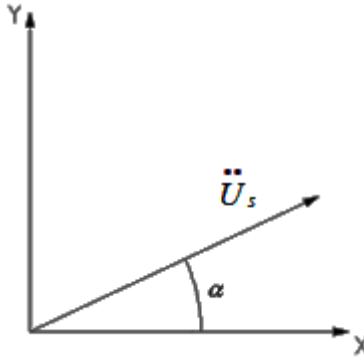


Figura 1 – Dirección de incidencia de la sollicitación sísmica unidireccional

Derivando parcialmente la ecuación (6) respecto de α e igualando a cero se obtiene el ángulo que define la dirección crítica del k-ésimo modo de vibrar de la estructura. La tangente de dicho ángulo está dada por la siguiente expresión

$$\tan \alpha_{crit k} = \frac{\mathbf{b}_{vk}}{\mathbf{b}_{uk}} = \left(\frac{\sum_{j=1}^n m_j \mathbf{f}_{vjk}}{\sum_{j=1}^n m_j \mathbf{f}_{ujk}} \right) \quad (7)$$

donde \mathbf{f}_{ujk} y \mathbf{f}_{vjk} representan las componentes de traslación del piso j, según las direcciones X e Y del vector modal k.

Reemplazando α por $\alpha_{crit k}$ en la ecuación (6), la respuesta máxima de cada modo de vibrar de la estructura, considerando las variables temporal y espacial, queda:

$$Y_{kMAX} = \sqrt{b_{uk}^2 + b_{vk}^2} \frac{S_{ak}}{w_{nk}^2} \quad (8)$$

Si las formas modales de la estructura están normalizadas de tal forma que

$$[\mathbf{f}]^T [M][\mathbf{f}] = [I] \quad (9)$$

donde [I] es la matriz identidad, la ecuación (8) se escribe como

$$\{Y_{kMAX}\} = \sqrt{M_{XXk} + M_{YYk}} \frac{S_{ak}}{w_{nk}^2} \quad (10)$$

donde M_{XXk} y M_{YYk} son las masas equivalentes directas de traslación del k-ésimo modo de vibrar en las direcciones X e Y respectivamente.

Entonces, la máxima contribución del modo k a la respuesta de desplazamientos relativos de la estructura, considerando las variables temporal y espacial, es, de acuerdo con las ecuaciones (2) y (10)

$$\{U_k\} = \{\mathbf{f}_k\} \sqrt{M_{XXk} + M_{YYk}} \frac{S_{ak}}{w_{nk}^2} \quad (11)$$

Y las fuerzas sísmicas equivalentes máximas asociadas a los desplazamientos máximos del k-ésimo modo de vibrar quedan dadas por la siguiente expresión:

$$\{F_{kMAX}\} = [M] \{\mathbf{f}_k\} \sqrt{M_{XXk} + M_{YYk}} S_{ak} \quad (12)$$

Con las fuerzas máximas de la ecuación (12) se determinan las máximas contribuciones de cada modo de vibrar a los esfuerzos de corte, momento volcante y momento de torsión en cada piso de la estructura.

Finalmente, la respuesta sísmica de la estructura, desplazamientos y esfuerzos en cada piso, y deformaciones y esfuerzos en cada uno de los elementos estructurales del edificio, se determina combinando las contribuciones máximas de cada modo de vibrar con el criterio de superposición modal de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS).

El procedimiento del método expuesto es equivalente a hacer incidir la sollicitación sísmica en forma independiente en cada una de las direcciones críticas modales definidas por la ecuación (7); y determinar, para cada una de esas direcciones sólo la respuesta dinámica máxima del modo de vibrar que corresponde a esa dirección crítica. Luego, esas respuestas modales máximas, que han sido calculadas incorporando las variables tiempo y dirección de incidencia de la sollicitación, son combinadas con el criterio de superposición ya señalado. De esta forma, el método de los máximos modales direccionales considera en forma implícita la existencia de más de una componente traslacional del terremoto y también la orientación arbitraria que puede tener la dirección de incidencia de la sollicitación sísmica

respecto de la posición del edificio.

APLICACION DEL METODO

El método de los máximos modales direccionales ha sido aplicado en los 3 modelos estructurales definidos y en los 4 modelos de edificios reales; se ha empleado el espectro de diseño de aceleraciones de la Norma Chilena NCh433.Of96. La respuesta máxima de desplazamientos para cada modo de vibrar se obtiene empleando la ecuación (11), y las fuerzas modales máximas que permiten determinar los esfuerzos modales máximos se obtienen aplicando la ecuación (12). La respuesta sísmica máxima de cada edificio se ha determinado empleando los criterios de combinación modal de la raíz cuadrada de la suma de cuadrados (SRSS), que es el criterio que arroja los mejores resultados al aplicar el método MD, González (1997).

ANALISIS DE LA VALIDEZ DEL METODO

Para analizar la validez del método MD, cuando en su aplicación se utiliza el espectro de la Norma Chilena NCh433.Of96, se realiza un estudio comparativo de resultados empleando como base de comparación la respuesta de la estructura obtenida mediante el método espectral convencional de acuerdo con las disposiciones de la Norma Chilena mencionada. Dicha norma establece que el análisis sísmico del edificio debe realizarse considerando que la sollicitación incide en 2 direcciones horizontales ortogonales, o aproximadamente ortogonales, en forma independiente, y no contempla ningún criterio de superposición de los resultados obtenidos en esos 2 análisis independientes. Sin embargo, es usual que en la práctica profesional se utilice el criterio de combinación, denominado "100 + 30", que consiste en determinar los esfuerzos de diseño sumando al total del esfuerzo (100%), que genera la sollicitación aplicada en la dirección más desfavorable de las 2 ortogonales consideradas, el 30% de los resultados obtenidos en el análisis realizado en la dirección perpendicular. Entonces, en este estudio de validez del método MD se considera como patrón de comparación los 2 criterios, es decir, sin considerar ninguna fórmula de combinación de los resultados obtenidos en las 2 direcciones ortogonales (criterio "100") y el criterio "100 + 30". En la aplicación del método espectral convencional, utilizado para determinar la respuesta sísmica considerada como patrón de comparación, se emplea el criterio de superposición modal de la combinación cuadrática completa (CQC), Wilson (1981), que es el criterio que prescribe la Norma NCh433.Of96.

Las respuestas sísmicas consideradas en el presente análisis de validez del método MD son los desplazamientos horizontales de las losas de cada nivel, las fuerzas de corte y los momentos volcantes en las direcciones X e Y de cada nivel, incluido el nivel basal, y las fuerzas de corte y momentos de flexión en algunos elementos estructurales (columnas y muros).

ANALISIS DE RESULTADOS

Las Tablas 1, 2 y 3 resumen los principales resultados del estudio comparativo realizado. La Tabla 1 muestra las diferencias promedio, en porcentaje, entre las respuestas

estructurales máximas obtenidas mediante el método de los máximos modales direccionales y aquellas determinadas al aplicar el método espectral convencional con los 2 criterios de combinación de resultados señalados anteriormente, "100" y "100 + 30". La Tabla 1 contiene también la desviación estándar de estas diferencias promedio o errores del método analizado. Se observa que las mayores diferencias se producen en los esfuerzos de corte y de momento en los muros de los edificios; dichas diferencias son inferiores a 32% cuando el patrón de comparación corresponde al criterio de combinación "100" y menores a 15% cuando se compara con el criterio "100 + 30".

En la Tabla 2 se presenta un resumen de los resultados del estudio comparativo realizado con los 7 modelos de edificios utilizados en el estudio, para los esfuerzos de corte y de momento volcante, en el caso en que no se considera ninguna fórmula de combinación de resultados ortogonales, es decir, criterio "100", que corresponde al requerimiento mínimo que establece la normativa chilena vigente. Se observa que la mayor diferencia promedio obtenida es inferior a 11%.

La Tabla 3 contiene las diferencias promedio en milímetros entre los desplazamientos obtenidos aplicando el método MD y aquellos determinados con el método espectral convencional utilizando el criterio "100". No se incluye las diferencias en porcentaje de los desplazamientos porque sus valores son muy pequeños, muy inferiores a los máximos que prescribe la normativa chilena vigente. La máxima diferencia en los desplazamientos obtenida en el estudio comparativo es de 1,6 mm, valor que arroja una diferencia porcentual de 15%, Mela y San Martín (2008).

Además, sobre la base de todos los procesos de análisis sísmico realizados en el estudio, se concluye que el método MD entrega, en la mayoría de los casos analizados, resultados superiores a los que entrega el método espectral convencional con el criterio "100", de tal forma que con el empleo de dicho método se da cumplimiento a los requisitos mínimos que impone la normativa vigente. Sin embargo, estos mayores valores se encuentran dentro de un rango similar a aquellos que se obtienen al aplicar el criterio "100 + 30", por lo tanto el empleo del método no tiene como consecuencia un sobredimensionamiento de las estructuras, Mela y San Martín (2008).

Tabla 1 Diferencias promedio en porcentaje y desviaciones estándares entre el método de los máximos modales direccionales y el método espectral convencional.

METODO MD v/s METODO ESPECTRAL CONVENCIONAL				
RESPUESTA ESTRUCTURAL	DIFERENCIAS PROMEDIO %		DESVIACION ESTANDAR	
	100	100+30	100	100+30
CORTE ENTRENIVEL X	-0,7	-5,1	3,7	5,4
CORTE ENTRENIVEL Y	8,1	2,4	5,4	7,5
MOMENTO VOLCANTE NIVEL X	8,5	5,2	5,4	10,1
MOMENTO VOLCANTE NIVEL Y	-0,7	-4,9	4,2	5,7
CORTE EN COLUMNAS	12,3	2,4	11,6	3,6
MOMENTO EN COLUMNAS	9,8	1,3	9,1	2,7
CORTE EN MUROS	31,2	13,7	13,1	11,8
MOMENTO EN MUROS	30,7	15,0	13,0	11,1
CORTE BASAL X	-1,3	-5,6	3,5	5,6
CORTE BASAL Y	6,0	0,6	6,3	8,1
MOMENTO VOLCANTE BASAL X	9,6	4,5	7,1	8,6
MOMENTO VOLCANTE BASAL Y	0,0	-3,9	2,7	3,9

Tabla 2 Diferencias promedio en porcentaje entre el método de los máximos modales direccionales y el método espectral convencional sin considerar combinación de resultados ortogonales. Esfuerzos de corte y de momentos.

METODO MD v/s METODO ESPECTRAL CONVENCIONAL (Criterio 100)	
EDIFICIO	DIFERENCIAS PROMEDIO (CORTE Y MOMENTO) %
DE MUROS	2,0
DE MARCOS	3,3
MIXTO	4,2
REAL 1	4,7
REAL 2	4,1
REAL 3	10,2
REAL 4	-2,1

Tabla 3 Diferencias promedio de desplazamientos, en milímetros, entre el método de los máximos modales direccionales y el método espectral convencional sin considerar combinación de resultados ortogonales.

METODO MD v/s METODO ESPECTRAL CONVENCIONAL (Criterio 100)		
EDIFICIO	DIFERENCIAS PROMEDIO DE DESPLAZAMIENTOS (mm)	
	X	Y
DE MUROS	0,0	0,2
DE MARCOS	0,0	0,8
MIXTO	0,0	0,1
REAL 1	0,1	0,3
REAL 2	0,2	0,6
REAL 3	0,0	0,4
REAL 4	-0,2	0,2

CONCLUSIONES

Se ha analizado la precisión del método de los máximos modales direccionales (MD) para determinar los esfuerzos y desplazamientos de edificios, utilizando el espectro de diseño de aceleraciones de la Norma Chilena de Diseño Sísmico de Edificios, NCh433.Of96 y el criterio de combinación modal de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS). El método señalado permite incorporar los efectos direccionales del terremoto realizando un solo análisis sísmico para cada edificio. Como patrón de comparación se ha empleado el método espectral convencional y las disposiciones de la Norma Chilena NCh433.Of96. De los resultados obtenidos se deduce que el método es una herramienta útil para realizar el análisis sísmico de edificios, ya que las diferencias promedio con los resultados obtenidos mediante el método patrón son inferiores a 11%.

Una ventaja importante desde el punto de vista práctico del método analizado, es que reduce la cantidad de cálculos. En efecto, al aplicar este método se requiere efectuar un solo análisis sísmico en cada edificio para determinar los esfuerzos y desplazamientos máximos de diseño. Además, el empleo del método evita la elección de direcciones arbitrarias para efectuar el análisis sísmico de edificios; por lo tanto, hace innecesaria la combinación convencional de los resultados que se obtiene de los análisis según esas dos direcciones ortogonales arbitrarias.

AGRADECIMIENTOS

Se ha contado con financiamiento de la U. de Santiago de Chile, a través de la Dirección de Inv. Científicas y Tecnológicas. También se agradece a las empresas "René Lagos y Asociados" y "Santolaya Ingenieros Consultores" por facilitar los modelos de edificios reales utilizados en el estudio.

REFERENCIAS

- "Earthquake Resistant Regulations. A World List". International Association For Earthquake Engineering. IAEE, 2000.
- Guendelman, T., P. González y J. Lindenberg, "Acoplamiento Sísmico de Traslación en Edificios de Comportamiento Lineal". XXV Jornadas Sudam. Ing. Estructural, Brasil, Vol.3, 1991: 97-106.
- "Norma Chilena de Diseño Sísmico de Edificios", NCh 433.Of96, Instituto Nacional de Normalización, Chile.
- López, O.A.; A. K. Chopra, and J.J. Hernández, "Evaluation of combination rules for maximum response calculation in multicomponent seismic analysis", Earthquake Engineering and Structural Dynamcs, Vol. 30,9, 2001, 1379-1398.
- López, O.A.; A.K. Chopra and J.J. Hernández, "Critical response of structures to multicomponent earthquake excitation", Earthquake Engineering and Structural Dynamcs, Vol. 29,12, 2002, 1759-1778.
- Wilson, E. L., "Three-dimensional static and dynamic analysis of structures", Computers and Structures, Inc., Berkeley, California, USA, 2002.
- González, P., "Considering Earthquake Direction on Seismic Analysis", Proceedings 10^a WCEE, Madrid, España, Vol.7, 1992: 3809-3813.
- González, P., "Análisis, considerando sollicitación bidireccional, de la validez de un método que incorpora los efectos direccionales del terremoto en el análisis sísmico de estructuras". I Congreso Iberoamericano de Ingeniería Sísmica y VII Jornadas ACHISINA, 1, 337-346, Santiago, Chile, 1997.
- Allende, J. y J. Martínez, "Determinación de un espectro de respuesta utilizando las tres componentes de la sollicitación sísmica". Memoria de Título de Ingeniero Civil en Obras Civiles USACH, 2005..
- Gentina, K. y A. Martínez, "Validación de uso de un método espectral que incorpora los efectos direccionales de la sollicitación en el análisis sísmico de edificios". Memoria de Título de Ingeniero Civil en Obras Civiles, USACH, 2008.
- Guendelman 2008, conversación personal.
- Mela, N. y C. San Martín, "Precisión del método de los máximos modales direccionales utilizando el espectro de la norma chilena NCh433.Of96". Memoria de Título de Ingeniero Civil en Obras Civiles, USACH, 2008.
- Wilson, E., A. Der Kiureghian and E. Bayo, "A Replacement for the SRSS Method in Seismic Analysis", Short Communications, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 9 1981: 187-194.